DEMOSTRACIÓN NO CONFIRMADA DE LA VERACIDAD DE LA CONJETURA DE LOS PRIMOS GEMELOS.

Niceto Valcárcel Yeste.Licenciado en cc.físicas por la U.N.E.D.

January 7, 2014

1 Introducción.

.

Dos números primos gemelos p_1 , p_2 son dos números primos tales que:

$$p_2 = p_1 \pm 2$$

es decir, separdos por dos unidades.

La Conjetura es tal por no saber si hay o no un número infinito de estos números primos gemelos.

El propósito de este trabajo es dar solución a esta conjetura.

IN es el conjunto de los números naturales, incluido el 0.

IN^* es el conjunto de los números naturales, excluido el 0.

IP es el conjunto de los números primos.

Se utiliza en este estudio, como instrumento fundamental, al conjunto de los números impares no primos o números compuestos, completamente identificado, sin particularidades de ninguna clase, a partir de un conjunto que se define aquí como $\{m\}$, de los números naturales m a través de los que se obtienen los impares no primos:

$$\{m\} = \{m \in IN / (2m+1) \notin IP\}$$

Comienza este trabajo a desarrollarse en la sección 2, definiendo al conjunto $\{m\}$ y al conjunto $\{m+1\}$, resultado de sumar 1 a los elementos de $\{m\}$.

Continúa con la sección 3, donde se propone y demuestra una condición de doble implicación, es decir, una condición del tipo " sí y solo si " ($\Longleftrightarrow$) entre la veracidad de La Conjetura y el conjunto que resulta de la unión $\{\{m\} \cup \{m+1\}\}$. La citada condición es:

La Conjetura es falsa " si y sólo si " existe un número natural n_0 , tal que para todo $n \in IN$, $(n_0 + n) \in \{\{m\} \cup \{m+1\}\}$.

Se podría atribuir a un conjunto que cumple tal condición el concepto de " *conjunto continuo de números naturales*" (en adelante -ccnn-) , en el sentido de que existe en él un número tal que todos los números naturales mayores, pertenecen también a dicho conjunto.

Siendo así, en un -ccnn- puede prescindirse de cualquier conjunto finito de números, de forma que seguirá siendo un -ccnn- , al mismo tiempo que puede realizarse una traslación de n_i unidades ($n_i \in IN^*$) al-ccnn- y seguirá siendo un -ccnn-. Realizar una traslación n_i a un conjunto es sumar n_i unidades a todos sus elementos.

Finaliza el estudio con la demostración de la veracidad de La Conjetura por el método de reducción al absurdo.

Se propone que La Conjetura sea falsa y tras realizar sobre el conjunto $\{\{m\} \cup \{m+1\}\}$ la traslación unidad, sumando 1 a todos sus elementos, se llega a un resultado falso, contrario a lo que en relación a dicho resultado se deriva del Teorema General de los Números Primos.

2 El conjunto $\{m\}$.

Un número impar no primo cualquiera $(2m+1)$ puede expresarse de forma general :

$2m+1 = (2x+1)(2y+1) = 2(2xy+x+y)+1$

para toda pareja de valores $(x, y) \in IN^*$.

Si $2m+1$ es un número compuesto, es almenos el producto de dos números distintos de 1. Si es el producto de más de dos números, la propiedad asociativa del producto siempre podrá convertirlo en un producto de dos números distintos de 1.

Por otro lado, el producto de dos números con la condición impuesta, es siempre un número compuesto.

El conjunto $\{m\} = \{2xy+x+y\}$ es el conjunto de los números naturales m , apartir del cual se obtienen todos los impares no primos.

El conjunto $\{m+1\}$ es el obtenido de $\{m\}$, sumando 1 a todos sus elementos:

$\{m+1\} = \{2xy+x+y+1\}$.

El subconjunto $\{m+1\}_p \subset \{m+1\}$ es el subconjunto de los elementos de $\{m+1\}$ que no son elementos de $\{m\}$, y por tanto, para ellos, $\left(2(m+1)_p+1\right)$ es número primo.

3 Proposición.

La Conjetura de los números primos gemelos es falsa, si y sólo si, existe un $n_0 \in IN$, tal que para todo $n \in IN$, el número $(n_0+n) \in \{\{m\} \cup \{m+1\}\}$.

.

3.1 Demostración.

.

.
$\Longrightarrow)$

Si la Conjetura es falsa, existe una última pareja de primos gemelos.

Sea esa pareja la formada por $(2n_0 - 3)$ y $(2n_0 - 1)$.

-Si el número: $(2\,(n_0 + n) + 1)$ es no primo $\Longrightarrow (n_0 + n) \in \{m\}$.

-Si el número: $(2\,(n_0 + n) + 1)$ es primo $\Longrightarrow (n_0 + n) \notin \{m\}$,

siendo no primos los números impares anterior y posterior :

$(2\,(n_0 + n - 1) + 1)$ y $(2\,(n_0 + n + 1) + 1)$

y por tanto,

$(n_0 + n - 1) \in \{m\} \Longrightarrow (n_0 + n) \in \{m + 1\}$.

.

$\Longleftarrow)$

Si existe un n_0 tal que para todo $n \in IN$, el número $(n_0 + n) \in \{\{m\} \cup \{m + 1\}\}$, La Conjetura es falsa.

- Si $(n_0 + n) \in \{m\}$, $(2\,(n_0 + n) + 1)$ es no primo y no formará parte de una pareja de primos gemelos.

- Si $(n_0 + n) \in \{m + 1\}_p$, $(2\,(n_0 + n) + 1)$ es primo y se cumple:

$a)\,(n_0 + n) \notin \{m\} \Longrightarrow (n_0 + n) \in \{m + 1\} \Longrightarrow (n_0 + n - 1) \in \{m\}$.

El número $(2\,(n_0 + n - 1) + 1) = 2\,(n_0 + n) - 1$, es no primo..

$b)\,(n_0 + n) \notin \{m\} \Longrightarrow (n_0 + n + 1) \notin \{m + 1\} \Longrightarrow (n_0 + n + 1) \in \{m\}$.

El número $(2\,(n_0 + n + 1) + 1) = 2\,(n_0 + n) + 3$, es no primo.

Conclusión, $(2\,(n_0 + n) + 1)$ no forma parte de una pareja de primos gemelos.

4 Proposición.

.

La conjetura de los primos gemelos es verdadera.

4.1 Demostración por reducción al absurdo.

.

Se supone que la Conjetura es falsa, y que por tanto:

$$\exists n_0 \in IN / \surd n \in IN, (n_0 + n) \in \{\{m\} \cup \{m + 1\}\}$$

siendo $(2n_0 - 3)\,;(2n_0 - 1)$ la última pareja de primos gemelos, lo que implica que:$\{(n_0 - 2)\,;(n_0 - 1)\} \notin \{m\}$.

Realizando una traslación unidad a los elementos:

$(n_0 + n) \in \{\{m\} \cup \{m + 1\}\}\,;(\surd n \in IN)$

ha de cumplirse:

$\exists\,(n_0 + 1)\,/\surd n \in IN, (n_0 + 1 + n) \in \{\{m + 1\} \cup \{m + 2\}\}$

deduciéndose que la traslación unidad consiste en sumar 2 a los elementos $(n_0 + n) \in \{m\}\,;(n \in IN)$.

-Tras la traslación unidad, sea:

$\left[(n_0 + 1 + k) \in \{m + 1\}_p\,;(k \in IN)\right]$

un número cualquiera mayor o igual que $(n_0 + 1)$.

Por tanto, $[2(n_0 + 1 + k) + 1]$ es un número primo cualquiera mayor o igual que$(2n_0 + 3)$.

Consecuentemente: $[(n_0 + 1 + k \pm 1) \in \{m\}]$ pues no existen números primos gemelos mayores que $(2n_0 - 1)$.

Así se cumple: $\left[(n_0 + 1 + k + 2) \in \{m + 1\}_p\right]$, pues solo hay dos formas a través de las que $(n_0 + 1 + k + 2) \in \{\{m + 1\} \cup \{m + 2\}\}$:

1ª) que $(n_0 + 1 + k) \in \{m\}$, pues la traslación lo transforma en $(n_0 + 1 + k + 2)$. Tal proposición es imposible ya que $(2(n_0 + 1 + k) + 1)$ es primo .

2ª) que $(n_0 + 1 + k + 2) \in \{m + 1\}_p$, puesto que los elementos de $\{m + 1\}_p$ no se modifican tras la traslación.

Así pues ha de cumplirse: $\left[(n_0 + 1 + k + 2) \in \{m + 1\}_p\right]$ y $[(n_0 + 1 + k \pm 1) \in \{m\}]$

La condición recién obtenida para $(n_0 + 1 + k + 2)$ de pertenencia a $\{m + 1\}_p$ obliga a esa misma condición de pertenencia para todos los $[(n_0 + 1 + k + 2k')\,;(k' \in IN^*)]$ como se demuestra a continuación.

$(n_0 + 1 + k + 2) \in \{m + 1\}_p \Longrightarrow (n_0 + 1 + k + 3) \in \{m\}$, al no existir parejas de primos gemelos mayores que $(2n_0 - 1)$.

Por otro lado, si $(n_0 + 1 + k + 3) \in \{m\} \Longrightarrow (n_0 + 1 + k + 4) \in \{m + 1\}_p$ pues solo hay dos formas por las que $(n_0 + 1 + k + 4) \in \{\{m + 1\} \cup \{m + 2\}\}$:

1ª) que $(n_0 + 1 + k + 2) \in \{m\}$, pues la traslación lo transforma en $(n_0 + 1 + k + 4)$. Tal propuesta es imposible ya que $(2(n_0 + 1 + k + 2) + 1)$ es primo .

2ª) que $(n_0 + 1 + k + 4) \in \{m + 1\}_p$, puesto que los elementos de $\{m + 1\}_p$ no se modifican tras la traslación.

Así pues ha de cumplirse: $\left[(n_0 + 1 + k + 4) \in \{m + 1\}_p\right]$ y $[(n_0 + 1 + k + 4 \pm 1) \in \{m\}]$

Y así indefinidamente.

La conclusión obtenida es falsa, contraria a lo que al respecto de la distribución de los números primos indica el Teorema General de los Números Primos; concretamente, cuando $X \to \infty$:

$$\prod(x) = \frac{x}{\ln x}$$

También es contraria a la disposición en la recta real de los múltiplos de 3 ó de 5 ó de7...... .

Ya que lo propuesto como cierto conduce a una conclusión falsa, lo propuesto es falso, y en consecuencia, la Conjetura es verdadera.

Agradezco al lector el tiempo empleado, así como sus comentarios, que podrá enviarme a:

nicetovalcarcel@gmail.com