CONDICIÓN DE PRIMALIDAD

Niceto Valcárcel Yeste.Licenciado en CC Físicas por la U.N.E.D.

February 20, 2011

1 INTRODUCCIÓN.

El trabajo que muestro a continuación está basado en mi trabajo anterior titulado “Descomposición factorial de los números de la forma $n^2 + 1$” y remito al lector para su acceso a la pagina web “casanchi”,donde está publicado.

2 Proposición:

Un número impar es primo si y sólo si tiene una única expresión como diferencia de cuadrados.

Esa forma única es la trivial, que se obtiene para cualquier número impar de la siguiente forma:

Un número impar cualquiera es el $2n+1 = (n+1)^2 - n^2 = n^2+2n+1-n^2 = 2n+1$

o bien haciendo $n = n-1$. $\Rightarrow 2n-1 = (n)^2 - (n-1)^2 = n^2 + 2n - 1 - n^2 = 2n-1$

Cualquier número impar no primo puede expresarse como diferencia de cuadrados, almenos de otra forma distinta a la trivial,mientras que si el número es primo, la trivial es la única forma.

2.1 Demostración.

Como demuestro en mi trabajo anterior al que he hecho referencia, un número impar de la forma $(4n+1)$ es no primo si existen x, y pertenecientes a $\mathbb{N}$-$\{0\}$para los que se cumpla una de las dos condiciones siguientes:

$n_1 = 4xy + x + y$

$n_2 = 4xy - x - y$

Haciendo en ambas $y = x + z$ se obtiene:

$n_1 = (2x)^2 + 2x + z(4x+1) = (2x+z)^2 + (2x+z) - z^2 = w^2 + w - z^2$

$n_2 = (2x)^2 - 2x + z(4x-1) = (2x+z)^2 - (2x+z) - z^2 = w^2 - w - z^2$

siendo $w = 2x + z$ de forma que:

$4n_1 + 1 = 4\left(w^2 + w - z^2\right) + 1 = (2w+1)^2 - (2z)^2$

$4n_2 + 1 = 4\left(w^2 - w - z^2\right) + 1 = (2w-1)^2 - (2z)^2 = (2(w-1)+1)^2 - (2z)^2$

no pudiendo ser $w = z = n_{1;}$,correspondiente a la diferencia trivial, pues en tal caso sería:

$w = 2x + z = z \Rightarrow x = 0$, solución que no es posible.

no pudiendo ser $w - 1 = z = n_2$, correspondiente a la diferencia trivial, pues en tral caso sería:

$w - 1 = z = 2x + z - 1 \Rightarrow x = \frac{1}{2}$, solución que no es posible

Consecuentemente, si $(4n + 1)$ es primo, no podrá expresarse como diferencia de cuadrados más que como diferencia trivial.

Consecuentemente, si $(4n + 1)$no es primo, puede expresarse como diferencia de cuadrados distinta a la diferencia trivial

Igualmente, un número impar de la forma $(4n - 1)$es no primo si existen x, y pertenecientes a $\mathbb{N} - \{0\}$para los que se cumpla:

$n = 4xy - x + y$

Haciendo $y = x + z$

$n = 4x^2 + z\,(4x + 1) = (2x + z)^2 + z - z^2 = w^2 - \left(z^2 - z\right)$

siendo $w = 2x + z$ de forma que:

$4n - 1 = 4\left(w^2 - \left(z^2 - z\right)\right) - 1 = (2w)^2 - (2z - 1)^2$

no pudiendo ser $w = z = n$, correspondiente a la diferencia trivial, pues en tal caso sería:

$w = 2x + z = z \Rightarrow x = 0$, solución que no es posible.

Consecuentemente, si $(4n - 1)$ es primo, no podrá expresarse como diferencia de cuadrados más que como diferencia trivial.

Consecuentemente, si $(4n - 1)$no es primo, puede expresarse como diferencia de cuadrados distinta a la diferencia trivial.

3 Infinitud del conjunto de los números primos.

Un número impar no primo cualquiera se expresa de forma general:

$2n + 1 = (2x + 1)\,(2y + 1)$ para todo (x, y) perteneciente a IN-$\{0\}$donde $(2x + 1)$ es uno y cualquiera de los números primos que forman parte de la descomposición factorial de $2n + 1$.

Si el conjunto de los números primos fuera finito, existiría un último número primo $2n_0 + 1$ tal que para todo $n > n_0$ deben existir (x, y) tal que:

$n_0 = 2xy + x + y$; donde $2x+1$ es uno y cualquiera de los números primos que forman parte de la descomposición factorial de $2n + 1$ siendo siempre $x \leq n_0$. Tal cosa no es posible para los números de la forma:

$n = k \prod$

donde k es cualquier número natural mayor que cero y $\prod$ es el producto de todos los números primos.

Veamos:

$n = k \prod = y\,(2x + 1) + x$

$k\frac{\prod}{2x+1} = y + \frac{x}{2x+1}$

igualdad que nunca se cumple por no ser un número entero el número $\frac{x}{2x+1}$

En consecuencia no hay un último número primo.El conjunto de los números primos es infinito.

Ha realizado este trabajo Niceto Valcárcel Yeste, licenciado en CC.Físicas por la UNED.

Agradezco al lector el tiempo empleado y sus comentarios, que podrá enviarme a la dirección de correo electrónico:

nicetovalcarcel@gmail.com